**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**

**"Уфимский государственный авиационный технический университет"**

**Кафедра** Высокопроизводительных вычислительных технологий и систем

**Дисциплина:** Математическое моделирование

**Отчет по лабораторной работе № 2**

на тему: «Компьютерное моделирование динамики трех тел»

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Группа ПМ-453 | Фамилия И.О. | Подпись | Дата | Оценка |
| Студент | Шамаев И.Р. |  |  |  |
| Принял | Лукащук В.О. |  |  |  |

**Уфа 2023**

**Цель работы:** получить навык численного расчета траекторий движения небесных тел под действием гравитационных сил.

**Задание на лабораторную работу**

***Задача I.*** Рассматривается динамика трех разновеликих небесных тел: звезды, планеты и ее спутника. В качестве примера рассматривается Солнечная система. Масса Солнца кг.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Параметры второго тела | | | | Параметры третьего тела | | | |
| ,  кг | ,  км | ,  млн. км | , км/с | ,  кг | ,  км | ,  тыс. км | , км/с |
|  | 71500 | 780 | 13 |  | 2400 | 1883 | 8.2 |

1) Составить уравнения движения второго и третьего тела в системе отсчета, связанной с первым (самым массивным) телом. Предполагается, что движение всех тел происходит в одной плоскости.

2) Написать программу численного интегрирования составленных уравнений движения и построить траектории движения тел. В качестве начальных условий принять следующие: все тела находятся на одной прямой, вектора скоростей движения второго и третьего тела сонаправлены. Расстояния между первым и вторым, а также вторым и третьим телами приведены в таблице выше. Там же указаны значения начальных скоростей второго и третьего тела. Параметры задачи представлены в нижеследующей таблице.

***Задача II.*** На круговой орбите второго тела высотой находится космический корабль. В тот момент, когда корабль, второе тело и третье тело находятся на одной прямой, включаются двигатели космического корабля, которые работают в течение времени , выводя корабль на новую орбиту. Вектор тяги двигателя в любой момент времени направлен по касательной к траектории движения. Определить стартовую массу корабля из условия, что на поверхность третьего тела необходимо доставить полезный груз массой . Масса корабля складывается из массы топлива, полностью выгорающего за время , массы конструкции (0.1 стартовой массы) и массы полезной нагрузки . В конце активного участка траектории (через время ) происходит отделение полезного груза, который движется далее только под действием гравитационных сил. Скорость полезного груза при посадке не ограничена.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| , км | , с | , кг | Характеристики топлива | | |
| Горючее | Окислитель | Скорость истечения, м/с |
| 500 | 3250 | 50 | Керосин | Азотная кислота (98%) | 3070 |

**Практическая часть**

**Задача 1**

По условию движения всех тел происходят в одной плоскости. Поместим первое тело (Солнце) в начало координат. Определим функции координат от времени и для второго тела (планеты) и и для третьего тела (спутника) относительно первого тела. На второе тело со стороны первого действует сила , а со стороны третьего – сила . На третье тело со стороны первого действует сила , а со стороны второго (согласно третьему закону Ньютона). Получим уравнения движения второго и третьего тела относительно первого:

где

Система (1.1) является системой четырех дифференциальных уравнений второго порядка. Преобразуем ее в систему из восьми дифференциальных уравнений первого порядка, учитывая, что

Получим

**Решение системы**

Изначально все тела находятся на одной прямой. Без ограничения общности примем, что в начальный момент времени все тела находятся на оси Ox. Тогда начальные условия для системы (1.2) будут иметь вид

Для решения задачи (1.2)-(1.3) был использован программный пакет Maple (код представлен в Приложении А) с применением метода Рунге-Кутта-Фельберга 4-5-ого порядка. На Рисунке 1 представлены траектории движения планеты и спутника относительно Солнца за 4000 часов. Видно, что траектория движения планеты является эллиптической, а спутник вращается вокруг планеты.

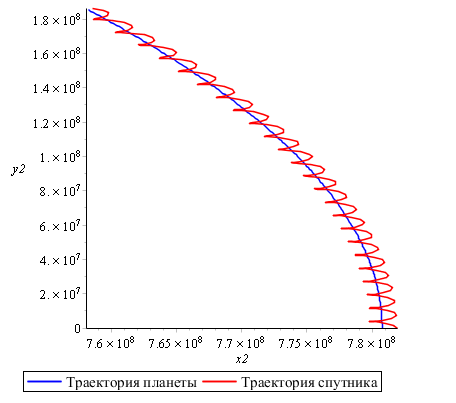


Рисунок 1. Траектория движения спутника вокруг движущейся планеты

**Задача 2**

Для описания движения космического корабля воспользуемся уравнением Мещерского в классическом виде:

где – скорость ракеты, – скорость истечения продуктов сгорания в пустоте.

Возьмем , где – масса конструкции ракеты, а – общая масса ракеты, – масса топлива, – масса полезной нагрузки. Тогда масса ракеты вычисляется по формуле:

Получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

где

– координаты ракеты.

**Решение системы**

Начальные условия для системы (2.3) будут иметь вид

где – первая космическая скорость.

Для решения задачи (2.3)-(2.4) был использован программный пакет Maple (код представлен в Приложении Б) c применением метода Рунге-Кутта-Фельберга 4-5-ого порядка. На Рис. 2 представлены траектории движения спутника и ракеты до момента попадания полезного груза на спутник. По результатам расчетов было получено, что необходимое количество топлива для доставки полезного груза на спутник составляет 16.1345\*103 кг. Расстояние между ракетой и спутником равно 2628.4636 км, а радиус спутника – 2634 км. Время полета составляет 4.8415 земных дней.

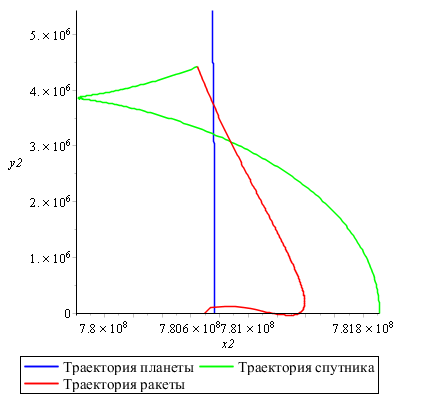
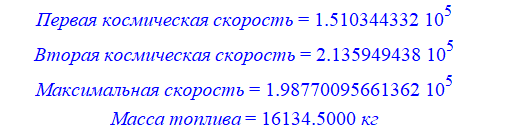


Рисунок 2. Траектория движения ракеты к спутнику

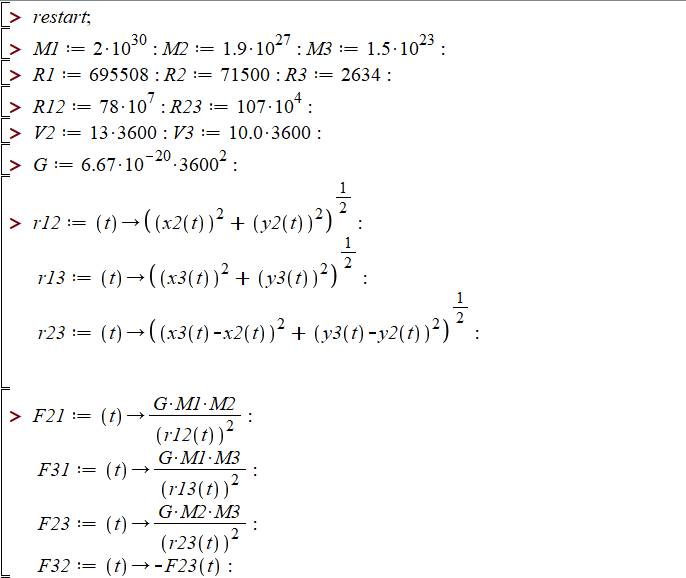
Были получены следующие результаты:

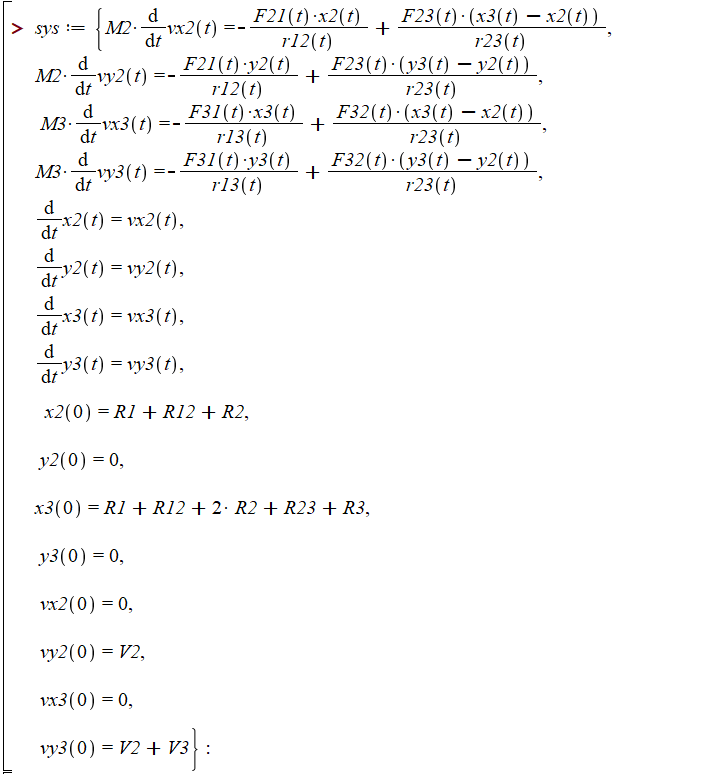
Рисунок 3. Результаты вычислений

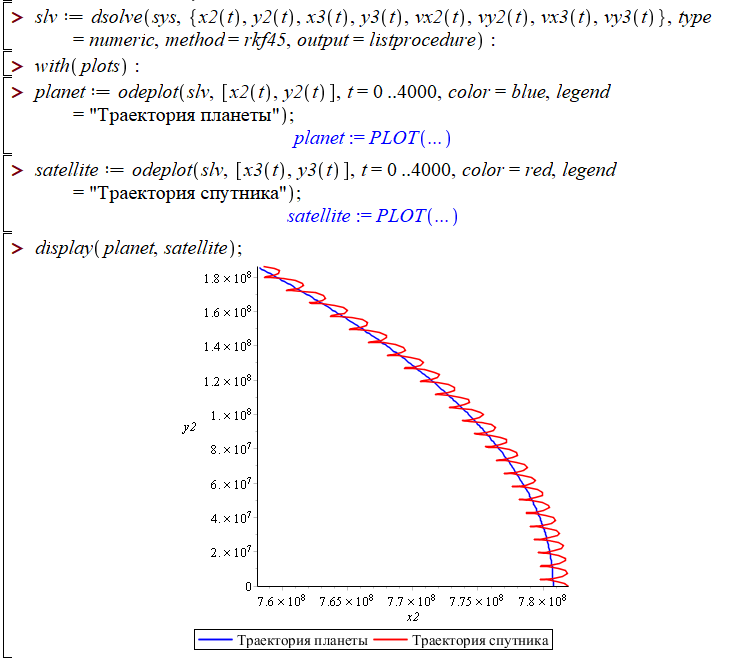
**Заключение**

В ходе данной лабораторной работы были построены траектории движения планеты, спутника и ракеты, которая запускалась с планеты. Отношение массы конструкции к общей массе ракеты было взято равное 0,0001. Было получено, что в момент выпуска всего топлива скорость ракеты была больше первой, но меньше второй космической. Траектория движения ракеты – эллиптическая. Минимальное расстояние составило 2628.464 км, которое было достигнуто за 4.841 земных дней. Таким образом, полезный груз был успешно доставлен.

**Приложение А. Листинг решения задачи 1 в математическом пакете Maple**







**Приложение Б. Листинг решения задачи 2 в математическом пакете Maple**

